(2) 教科書によるeの説明 (P164, 165)

eの定義①

$$e = \lim_{h \to 0} (1+h)^{\frac{1}{h}}$$

前ページのようにオイラーが発見したeは、$\lim_{h \to 0}(1+h)^{\frac{1}{h}}$という極限で表すこともできます。これを「eの定義①」としましょう。

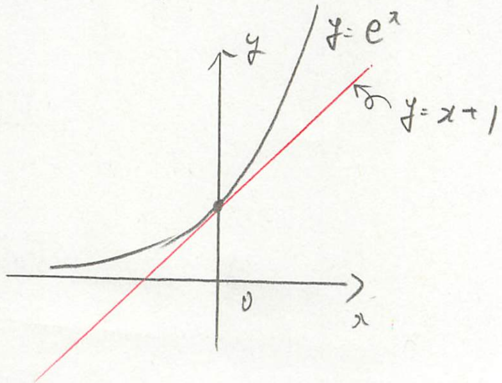
収束していく様子は教科書P164で確認してください。

では、次の問を考えてみて下さい。

問. 指数関数 $y=a^x$ の $x=0$ における接線の傾きが1になるような底aの値を求めよ。

答は $a=e$ です。

つまり、底 $a=e$ のとき、$y=e^x$ の $x=0$ における接線の傾きは、ちょうど1になります。



$e=2.718\cdots$ と無理数ですが「接線の傾きがちょうど1になる底」と分かると、とても大切な数のような気がしませんか?

これを立式すると…

$$\lim_{h \to 0} \frac{e^{0+h}-e^0}{h} = 1 \text{ より、}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{e^h-1}{h} = 1 \longrightarrow$$

eの定義②

$$\lim_{h \to 0} \frac{e^h-1}{h} = 1$$

eは、指数、対数の底としてとても扱いやすい数です。

今後説明していきますが、$(e^x)'=e^x$、$(\log_e x)'=\frac{1}{x}$ が成り立ちます。

ちなみに、$\log_e 2$ と底がeの対数を自然対数といい、$\log_e 2$ を $\log 2$ のように、ふつうはeを省略して表します。

これで、いろいろな関数の微分法についての準備が整いました。