せっかくなので、微分係数の定義に関する問題を解いてみましょう。

数II チャート Ex123（P307）

(2) 関数 $y=f(x)$ は、$x=a$ $(a \neq 0)$ における微分係数をもつとき、

$$\lim_{x \to a} \frac{a^2 f(x) - x^2 f(a)}{x-a}$$

を、a、$f(a)$、$f'(a)$ を用いて表せ。

(point) $f'(a) = \lim_{x \to a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ なので、与式と関連づける。

＜解＞

$$\lim_{x \to a} \frac{a^2 f(x) - x^2 f(a)}{x-a} = \lim_{x \to a} \frac{a^2\{f(x) - f(a)\} + a^2 f(a) - x^2 f(a)}{x-a}$$

$$= \lim_{x \to a} \left\{ a^2 \cdot \frac{f(x)-f(a)}{x-a} - f(a) \frac{x^2 - a^2}{x-a} \right\}$$

$$= \lim_{x \to a} \left\{ a^2 \cdot \frac{f(x)-f(a)}{x-a} - f(a) \frac{(x+a)(x-a)}{x-a} \right\}$$

$$= \lim_{x \to a} \left\{ a^2 \cdot \frac{f(x)-f(a)}{x-a} - f(a)(\underset{\downarrow \atop a}{x} + a) \right\}$$

$$= \underline{a^2 \cdot f'(a) - 2a \cdot f(a)}$$

微分、積分を発見（発明？）したのは、ニュートン、ライプニッツですが、前ページの接線法は「デカルト・フェルマーの接線法」と呼ばれています。デカルトと、フェルマーは、17世紀に活躍した数学者であり、フェルマーは「フェルマーの最終定理」があまりにも有名です。彼らの業績がニュートンとライプニッツに影響を与えたことは間違いありません。

ニュートンは、大学時代に、デカルトや、ウォリスなどの著作を独学し、力をつけていました。23才のとき、ペスト流行のために、休校となったため、故郷のウールズソープに帰り、その間たった1年半で「微積分学の発見」、「色彩理論の発見」「万有引力の発見」という後世に残る3大発見を成し遂げます。病気の流行、休校といったことでさえ、自分の成長につなげる、とてもたくましい天才ですね。