

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ の基本的な使い方は、何かの式に代入して、 $\frac{0}{0}$ になるか?

では、 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$ のような問題は、どう解けばいいのでしょうか?
 $x \rightarrow 0$ ではない、 $\frac{\sin x}{x}$ とは異なる、

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ に近づけるために、 $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$ から $t \rightarrow 0$ とする形に変形します。

$t = x - \frac{\pi}{2}$ と置換すると、 $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$ のとき、 $t \rightarrow 0$ となります。

このような変形を置換と呼びます。「複雑な式は置換」は鉄則です!!

<解> $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$ について、 $t = x - \frac{\pi}{2}$ とすると、 $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$ のとき、 $t \rightarrow 0$ である。

$$\text{このとき、} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos(t + \frac{\pi}{2})}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\sin t}{t} = -1$$

では、チャート例 136 とワークシート 430 で練習しましょう。

ここからは、とにかく $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ を押さえておきましょう。

あとは、自然対数 の底 e を導けば、いろいろな関数の導関数を導く準備が整います。

次章では、まず導関数の定義について復習していきます。