微分法

数Ⅱでは、3次関数や、4次関数の微分法を学びました。
数Ⅲでは $y=\sin x$（三角関数）、$y=\log_2 x$（対数関数）や、
$y=\dfrac{\cos x}{3+\sin x}$ といった複雑な関数の微分法を学んでいきます。
その準備として、三角関数の極限について説明します。

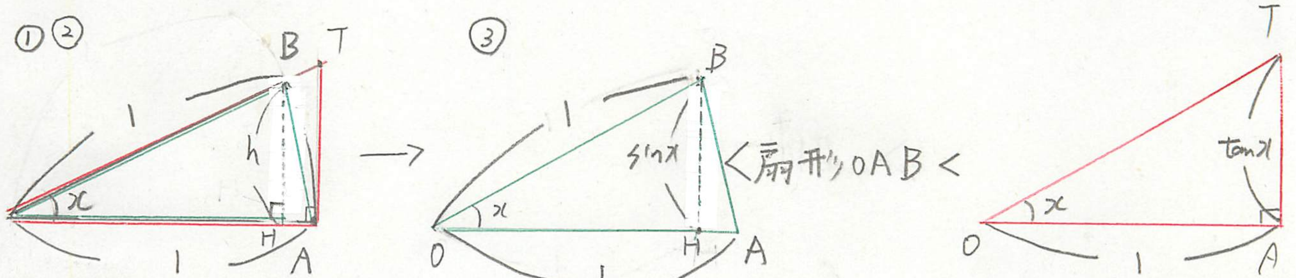
1. $\dfrac{\sin x}{x}$ の極限（教科書P138）

$\lim_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}$ は、どうなるでしょうか？

$\dfrac{\sin 0}{0}=\dfrac{0}{0}$ と不定形です

2013年大阪大で出題されました。
$\lim_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$ を示し、$(\sin x)'=\cos x$ を示せ

証明はP138の通りですが、ポイントは扇形で考えることです。



＜証明の手順＞
① 半径1、中心角 x ラジアンの扇形を考える。
② 扇形の内側の直角三角形OHBと外側の直角三角形OATを考える。
③ 上図のように、3つの図形の面積の大小関係を考えます。

△OBHでsinの定義より
BH＝1×sin x
ですよね

△OATでtanの定義より
$\tan x=\dfrac{AT}{OA}=\dfrac{AT}{1}$ なので
高さAT＝tan x

$$\triangle OAB < 扇形OAB < \triangle OAT$$

$$\frac{1}{2}\cdot 1\cdot \sin x < \frac{1}{2}\cdot 1^2\cdot x < \frac{1}{2}\cdot 1\cdot \tan x$$

辺々×2

$$\sin x < x < \tan x \quad \text{—Ⓐ}$$

$\div \sin x$

$$1 < \frac{x}{\sin x} < \frac{1}{\cos x}$$

逆数をとる

$$\cos x < \frac{\sin x}{x} < 1$$

$\lim_{x\to 0}\cos x=1$ より、はさみうちの原理より $\lim_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$