

数学II

Ex. 14

与えられた等式 $px^2 + qy^2 + rz^2 = 2$ は x, y, z の3つの文字を含んだ式である。

この式では定数 p, q, r の値を求めるとはできないので、2つの条件である

$2x - 4y + 5z = 3$, $3x + y + 4z = 1$ を用いて、文字を3減らす方向性がいい。

x, y, z のうちのどの文字に着目するかは角解を得る上ではどいでも良いが、

極力計算量が少ない (今回で言えば、分数が出てはいけない) ものを選ぶ。

(y に着目して計算を始める。)

$$2x - 4y + 5z = 3 \quad \text{--- ①}$$

$$3x + y + 4z = 1 \quad \text{--- ②}$$

①, ② を用いて

) $x = (y \text{ の式}), z = (y \text{ の式})$ の形を作る。

$$\begin{array}{r} \text{①} \times 3 - \text{②} \times 2 \\ -12y + 15z = 9 \\ -) \quad 2y + 8z = 2 \\ \hline -14y + 7z = 7 \end{array}$$

$$z = 2y + 1$$

$$\begin{array}{r} \text{①} \times 4 - \text{②} \times 5 \\ 8x - 16y + 20z = 12 \\ -) \quad 15x + 5y + 20z = 5 \\ \hline -7x - 21y = 7 \\ x = -3y - 1 \end{array}$$

$z = 2y + 1$, $x = -3y - 1$ を $px^2 + qy^2 + rz^2 = 2$ に代入する。

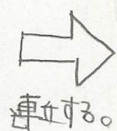
$$p(-3y-1)^2 + qy^2 + r(2y+1)^2 = 2$$

$$p(9y^2 + 6y + 1) + qy^2 + r(4y^2 + 4y + 1) = 2$$

$$(9p + q + 4r)y^2 + (6p + 4r)y + p + r - 2 = 0 \quad \text{--- ③}$$

③ は y についての恒等式であるので、係数比較から

$$\begin{cases} 9p + q + 4r = 0 \\ 6p + 4r = 0 \\ p + r - 2 = 0 \end{cases}$$



$$\begin{array}{l} p = -4 \\ q = 12 \\ r = 6 \end{array}$$

----- #

今回、 y の文字に着目して計算をしたが、もちろん x, z に着目しても同じ結果が得られる。 $x = , z = ,$ にすると分数が出てくるので今回は y にした。計算に自信がある者は、初めに着目した文字で計算を始めた方が良い場合もある。