数学Ⅱ

EX.13

(1) $x^4-4x^3+ax^2+x+b$ がある整式の平方となる。

$(\sim)^2$ の形となる。

求める整式と書いていますが、"ある整式"のことです。以下同じ

2乗を展開すると x^4 〜 の式になるため、求める整式は 2乗の式となる。

また、係数を考えると x^4 の係数が"1"なので 求める整式の係数も"1"となる。

これらの情報から、求める整式を p, q を用いて、x^2+px+q とおく。

a, bを求める問題なので、他の文字を増やしたくない気持ちもありますが、"ある整式"では計算ができないので、思い切って置いておきましょう。

よって、

$(x^2+px+q)^2=x^4-4x^3+ax^2+x+b$ ―① と等式がたてられる。

この等式は すべての x に対して成り立つ式 であるため、展開し $\boxed{\text{係数比較}}$ を行う。

恒等式

$$(\text{①の左辺})=x^4+p^2x^2+q^2+2px^3+2pqx+2qx^2=x^4+2px^3+(p^2+2q)x^2+2pqx+q^2$$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$ は覚えましょう!

$$(\text{①の右辺})=x^4-4x^3+ax^2+x+b$$

これらより 係数比較を行い

$$\begin{cases} 2p=-4 \\ p^2+2q=a \\ 2pq=1 \\ q^2=b \end{cases}$$

⇒ 連立する。

$p=-2$　$a=\frac{7}{2}$

$q=-\frac{1}{4}$　$b=\frac{1}{16}$

$a=\frac{7}{2},\ b=\frac{1}{16}$ //

$\boxed{\text{恒等式}}$ … すべての x の値に対して成り立つ等式。(1つでも成立たない値があれば"恒等式ではない)

例. $(x+1)^2=x^2+2x+1$

$(x+1)(x-1)=x^2-1$

どんな値を代入しても等式が成立つ。

$2x+1=4$ は恒等式ではない。

$x=1$ のとき (左辺) $=2\times1+1=3$　(右辺) $=4$

成り立たず。

恒等式においては以下の2つのパターンで解く。

① 係数比較法. (青チャート 数Ⅱ 例題15)

上記のように両辺の係数を比較して解いていく。

② 数値代入法. (青チャート 数Ⅱ 例題16)

適当な値を代入して解き進める。ただし、求まったものに対してそれで本当に元の式が恒等式となるかの確認が必要となる。