

数学B

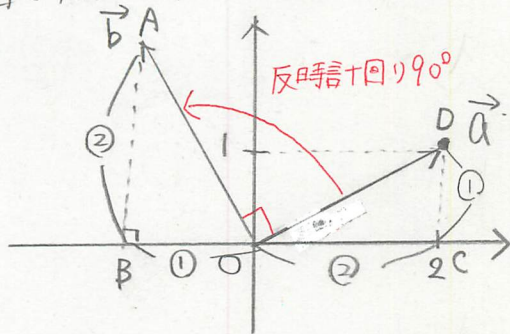
Ex. 8

ベクトル $\left(\frac{7}{\sqrt{5}}, -\frac{4}{\sqrt{5}}\right)$ を $s\vec{a} + t\vec{b}$ で表すために、 \vec{b} の成分が必要となる。

ここで、ベクトルは 向き と 大きさ の要素を持ったものであるから、

$\vec{a} = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right) = \frac{1}{\sqrt{5}}(2, 1)$ より、 \vec{a} は $(2, 1)$ の向きを持ったベクトルと見られる。

④で表してみると...



$\triangle ABO \sim \triangle OCD$ から

\vec{b} は $(-1, 2)$ の向きを持ったベクトルと見る。

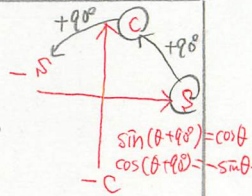
三角関数で

$\angle DOC = \theta$ とする。

$$\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}, \cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}} \quad \text{から得られる。}$$

ここで $\vec{b} = (b_1, b_2)$ とすると

$$\begin{aligned} b_1 &= \sqrt{5} \cos(\theta + 90^\circ) = -\sqrt{5} \sin \theta = -1 \\ b_2 &= \sqrt{5} \sin(\theta + 90^\circ) = \sqrt{5} \cos \theta = 2 \end{aligned} \quad \Rightarrow \vec{b} = (-1, 2)$$



$$\vec{a} = \frac{1}{\sqrt{5}}(2, 1) \quad \text{から} \quad \vec{b} = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1, 2) \quad \text{と求まる。}$$

反時計回りにしただけなのに
大きさは変化した。これは

$$\text{よって、} \left(\frac{7}{\sqrt{5}}, -\frac{4}{\sqrt{5}}\right) = s\left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right) + t\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$$

$$= \left(\frac{2s-t}{\sqrt{5}}, \frac{s+2t}{\sqrt{5}}\right)$$

x成分、y成分を比較して

$$\begin{cases} \frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{2s-t}{\sqrt{5}} \\ -\frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{s+2t}{\sqrt{5}} \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} 2s-t=7 \\ s+2t=-4 \end{cases} \quad s=2, t=-3$$

$$\left(\frac{7}{\sqrt{5}}, -\frac{4}{\sqrt{5}}\right) = 2\vec{a} - 3\vec{b}$$