

# 数学A

## EX. 14

このような問題の多くは、(1)で具体的な値を求める、(2)以降で一般化した式を求める(証明する)が出題されます。

(1)に対応する(2)であれば数え上げる方法でも良いですが、一般化した(2)に対応できません。なので具体的な値を求めつつ一般化を目指していくのが主流となります。

(1) まずは数え上げで具体的に考えていきます。

(i)  $n=1$  のとき、1桁の自然数(1~9)で数字1を奇数個含むものは1のみ  
よって  $f(1) = 1$ 。

(ii)  $n=2$  のとき、2桁の自然数(10~99)で数字1を奇数個含むものは、  
"10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91"  
よって、 $f(2) = 17$ 。

(iii)  $n=3$  のとき、3桁の自然数(100~999)で数字1を奇数個含むものは、  
"100, 102, 103, ……"  
 $n=3$  のときは数え上げが厳しい。

ここで一般化を考えていくことにする必要があります。

一般化のコツですが、(2)の問題を見ると  $f(n+1) = 8f(n) \dots$  を示せ」とあるので、

$n$ 桁と  $(n+1)$ 桁の関係性が必要になることが分かります。

よって、2桁と3桁の関係性に注目していきます。

数字1を奇数個含むためには以下の2パターンで考えていきます。

① 2桁で1を奇数個含むものに1以外をつけて3桁にする。(例、10 ← 2 で 102)

② 2桁で1を偶数個含むものに1をつけて3桁にする。(例、11 ← 1 で 111)