(1) $y' = \dfrac{(2x+3)'(x^2+1) - (2x+3)(x^2+1)'}{(x^2+1)^2}$

$= \dfrac{2(x^2+1) - (2x+3)\cdot 2x}{(x^2+1)^2}$

$= \dfrac{-2(x^2+3x-1)}{(x^2+1)^2}$

(2) $y' = -\dfrac{(x^2)'}{(x^2)^2}$

$= -\dfrac{2x}{x^4}$

$= -\dfrac{2}{x^3}$

(3) $y' = \dfrac{\{x(x+1)\}'(x^2+1) - \{x(x+1)\}(x^2+1)'}{(x^2+1)^2}$

$= \dfrac{\{(x+1)+x\}(x^2+1) - 2x^2(x+1)}{(x^2+1)^2}$

$= \dfrac{-x^2+2x+1}{(x^2+1)^2}$

分子の微分は先に展開して

$(x^2+x)'(x^2+1) - \{x(x+1)\}(x^2+1)'$

$= (2x+1)(x^2+1) - 2x^2(x+1)$

としてもよいですが、今後のことを考え、あえて、積の微分法を用いました。

(iii) 合成関数の微分法

$y = \log(x^2+1)$ の微分は、どうなるでしょうか？

この関数は、$y = \log \boxed{}$ (対数関数) の中に、$y = x^2+1$ (2次関数) が入っています。これを、合成関数と呼びました。(P99参照。)

まとめると以下のようになります。

$$y = \log \boxed{} = \log(x^2+1)$$

$y = x^2+1$

ここで、$f(x) = \log x$, $g(x) = x^2+1$ とすると

$f(g(x)) = \log(x^2+1)$ と表します。$f(g(x))$ は $f\circ g(x)$ とも表します。

合成関数の微分法は、以下のようになります。

$$\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))\cdot g'(x)$$

「$y = f(g(x))$ を微分する」という意味です

つまり

$\Longrightarrow$ $f(\boxed{x\text{の式}})$ の微分 $= f'(\boxed{x\text{の式}})\cdot \boxed{x\text{の式}}'$

① $f(\bigcirc)$ を微分

② 中の式の微分をかける。

よって、$y = \log(x^2+1)$ の微分は次のようになります。

$$y' = \underbrace{\frac{1}{(x^2+1)}}_{\text{まず } y=\log\bigcirc \text{ の微分}}\cdot \underbrace{(x^2+1)'}_{y=\log(x^2+1)} = \frac{2x}{x^2+1}$$

まず $y = \log\bigcirc$ の微分

$y' = \dfrac{1}{\bigcirc}$

$y = \log(x^2+1)$

中身の微分