Teach Touch Fibonacci!! 補足プリント

県立芦屋高校数理科学研究部

1　αの求値方法

$$\lim_{n\to\infty}\frac{F_{n+1}}{F_n}=\alpha$$

また、n が十分に大きいとき

$$F_{n+1}=\alpha F_n \tag{1}$$

とかける。(1) 式をフィボナッチ数列の定義式 $F_{n+2}=F_{n+1}+F_n$ に用いると

$$\alpha^2-\alpha-1=0$$

$$\therefore \alpha=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

とただちに α の値が求まる。この値を**黄金数**といい一般的に ϕ で表す。

2　第 k 貴金属数について

一般に

$$M_k=\frac{k+\sqrt{k^2+4}}{2} \tag{2}$$

で定められる M_k を**第 k 貴金属数**といい 2 次方程式 $x^2-kx-1=0$ の正の解である。
特に第 1 貴金属数 $(1+\sqrt{5})/2$ を黄金数、第 2 貴金属数 $1+\sqrt{2}$ を白銀数、第 3 貴金属数 $(3+\sqrt{13})/2$ を青銅数という。

3　貴金属数と数列について

${M_k}^2-kM_k-1=0$ という式から

$$M_k=k+\frac{1}{M_k}$$

これの両辺に A_n をかけて

$$M_kA_n=kA_n+\frac{1}{M_k}A_n$$

これに $A_{n+1}=M_kA_n$ を用いて,n を $n+1$ にすると

$$A_{n+2}=kA_{n+1}+A_n$$

というフィボナッチ数列に似た漸化式が得られる。このようにフィボナッチ数列と黄金数には深い関わりがあると分かった。

4　フィボナッチ数列のグラフ化

$y=\Re(f(x))$ と
$x=\Re(f(t)), y=\Im(f(t))$ をグラフ化してみる。

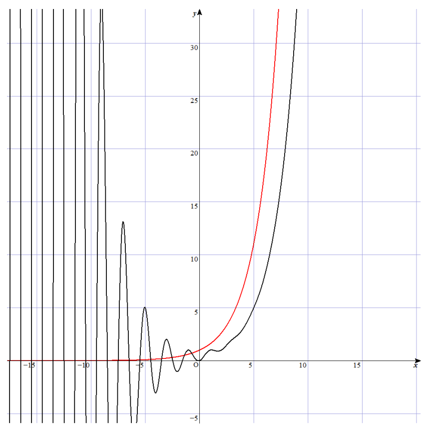

図 1　$y=\Re(f(x))$

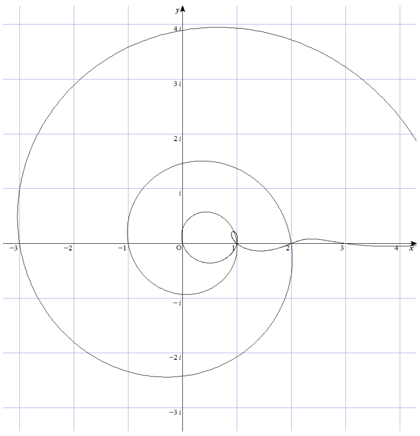

図 2　$x = \Re(f(t)), y = \Im(f(t))$

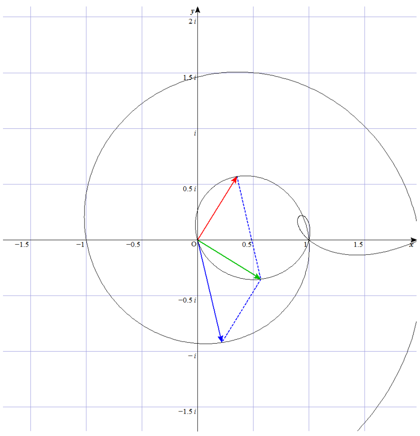

図 3　$t = -1.5, t = -0.5, t = 0.5$

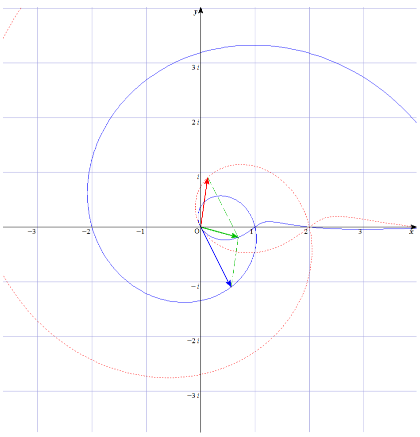

図 4　$x = \Re(A(t)), y = \Im(A(t))$

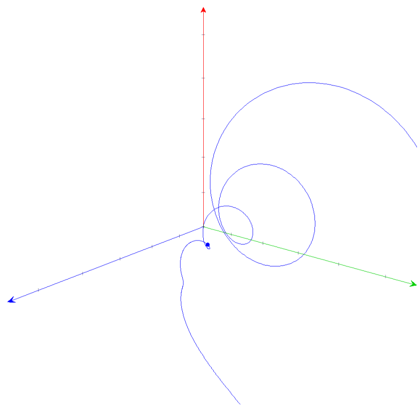

図 5　$(t, \Re(f(t)), \Im(f(t))$