

学力向上事業に対する柏原高校の取り組み

県立柏原高等学校 教諭 和田 好史

本校数学科では大学入学共通テストで問われる思考力・判断力・表現力を身につけさせるために「考えさせる授業の創造」という統一テーマを設定し、積極的に校内で授業公開を行った。具体例を挙げると、ホワイトボードを各グループに一枚用意し問題の解法を考えさせる学習や、知識構成型ジグソー法を用いた学習などの生徒の活発な自己活動（作業）を授業に取り入れた。それらの活動を通して生徒が数学を学ぶことの必要性や数学の面白さを感じることを目指した。ただ答えを求めさせるだけでなく、何故結果がそうなるかを考えさせ、他人に説明させることを通して根本から理解させることに焦点をあてている。

また、本校では教室に導入された電子黒板やタブレット端末を利用した ICT 教育を積極的に推進しており、多くの教員が実践している。さらに大学入学共通テストの概要について先行問題などを参考に教員同士で出題内容や傾向について研修して理解を深め、定期考査では共通テストを意識した問題を作成した。

以下には各教員が行った内容(実施予定を含む)についてそれによる成果及び課題点についてまとめた。

実践番号	科目 単元	内容	成果	課題・留意点
1	数Ⅰ 三角比	定理の証明を各場合に分けてグループ毎に導き、教え合った。	教科書に書かれている証明されていく式を理解するために、証明すべき事柄を押さえ、条件に合った図をかき、式を理解していくことによって、定理を理解することができた。	生徒同士が教え合う時間を持つ。
2	数A 場合の数と確率	確率の演習問題をグループで考え、相互に教え合い、クラスメイトに向けて発表した。	問題を読み込み理解する力、図式化する力、説明のためにどうすればよいかを考える力、立式する力を養った。問題の条件を変えると何が違って、何が変わらないかを考え、深い理解に繋がった。	時間を十分とり、相互に理解し合えるように働きかけた。
3	数A 場合の数と確率	0を含む数字の順列	首位や特定の位などの「条件がある(多い)位から考える」ことのよさに気付かせることができた。 (P3～P5に指導演案)	生徒間での活動内容に対する共有と役割分担をさせる。
4	数Ⅱ 不等式の表す領域	事前に自宅で動画視聴を通して学習してきた内容の補足を授業で行う。	生徒アンケートによると動画があると予習がやりやすく授業が受けやすくなるという意見があった。 (P6～7参照)	
5	数Ⅱ 高次方程式	ジグソー法を用いて3分野のエキスパートが協力して問題解決の方法を模索する。	問題に対する3つの異なるアプローチのメリット、デメリットを理解させ、効率よい解法に気付かせることができた。 (P8参照)	

6	数Ⅱ 円と直線	ジグソー法を用いて3分野のエキスパートが協力して問題解決の方法を模索する.	問題に対する3つの異なるアプローチのメリット, デメリットを理解させ, 効率よい解法に気付かせることができた. (P9 参照)	
7	数Ⅱ 常用対数	地震のマグニチュードを求め, (常用)対数に関する考察を深める.	マグニチュードが1増えるとエネルギーが約32倍になることから, 大きな値を対数で表すことの有用性等に気づかせることができた.	理科的な知識やイメージ, 生じる誤差等をどのように補うか.
8	数Ⅱ 微分	平均変化率と極限の考え方から微分係数(接線の傾き)へ	微分係数を表す式の意味を, PCを活用し, グラフを動かしながら理解を深めることができた.	直線のグラフがどう動くか, まず生徒に考えさせ自分でかいてみるよう促す.
9	数Ⅱ 微分	コンピューターを活用して, 3次関数のグラフの特徴を考え, 理解を深める.	<ul style="list-style-type: none"> ・パラメーターを変化させることによりグラフの変化を考察できるので, いろいろな3次関数のグラフを比較し理解することができた. ・3次関数のグラフとその導関数のグラフを同時に表示させることにより, それらの関係を理解することができた. 	自主的にシミュレーションさせる時間を十分にとり, 生徒が主体的に取り組めるようにする.
10	数Ⅱ テスト後の復習(微分・積分)	解答の行間を考え, 言語化(文章に)する.	3次関数が極値を持たない条件を, 「関数の導関数から2次方程式をつくり, その判別式をDとすると, $D \leq 0$ となる」と生徒は理由を理解せずに暗記していた. なぜその条件で良いのかをグループで考え文章にすることで, 深い理解につながり類似問題でも対応できるようになった.	問題で求められていること, 極値を持つ条件などを整理させる.
11	数Ⅲ 総復習(演習)	ゼミ形式で行う数学Ⅲの標準・応用レベルの問題演習	4人ずつのグループに分かれ, 各問題の解法をグループ内で発表・質問することで, 各問題の要点を押さえ深い理解につなげることができた.	解説プリントなどは配布せず, ホワイトボードに書かせた答案を添削した.
12	応用数学 (文系対象の学校設定科目)	数学を題材とした自由研究(レポート作成・発表)	各自でオリジナリティ溢れる研究テーマを設定し, ICTなどから数学的な知識を得て, そこからもう一歩踏み込んでわかることを自ら考えて研究することができた.	調べ学習と研究の違いを明示し, 調べただけのものにならないようにした.

このうち、実践3の指導案の一部をあげる。

-
1. 日 時 平成 年 月 日 (曜日) 第 校時
2. 学 級 第 学年 組 (普通科 コース:男子 名, 女子: 名)
3. 単 元 場合の数と確率(順列)『数学A』()

4. 単元設定の理由

(1)教材観

本時に扱う題材は0を含む数字の順列である。並べ方に条件がある場合、一般に次の2通りの方法で条件を満たす場合を考える。

- (i) 条件を満たす場合について考える
- (ii) 条件なしで考えて、条件を満たさないものを除く

条件を満たす整数の個数に関する問題に関しては、「条件がある(多い)位から考える」ことが念頭にあって、解答が書かれているものが多い。例えば、偶数や奇数であれば、一の位に着目させたり、使う数字に0が含まれる場合は、最高位の数には0が入らないということから、最高位に着目させたりしている。

確かに、最高位や特定の位に着目すれば場合分けも少なく見通しもたちやすい。しかし、そのように考えればよいことは、生徒が最初から知っていることではなく、一方的に教えこむものでもない。ここで扱う題材においては、どの位に着目してもよく、その場合はどのような解法が考えられるかについて活動させることが考えられる。

しかし、活動に言及した内容はあまり見ることができない。例えば、指導書にも記載がなく、指導者側に対しても着想のヒントが与えられない。これでは、指導者の力量に左右された指導となってしまう、「条件がある(多い)位から考える」ことのよさに気付かせる指導にはつながらない。解法だけを教え込む指導では、生徒は試行錯誤することなく、解法のみが印象付けられてしまい、よさを感じ得することはできないのではないか。

筆者は、生徒に作業させることを通して、課題の把握とともに学ぶ単元のよさを感じ得させ、数学を活用する力の伸長につなげていくことができるものだと考えている。本時に扱う題材とその展開について、生徒らが取り組む過程は、下に述べる生徒像に対し、先に述べた“よさ”の発見・理解につなげることができるものであると考える。さらには、「○桁の偶数」という設問であっても様々な位に着目させる活動を通して、もれや重複がないように分類することや、その後の処理や考え方・計算方法が異なるから「場合分けする」ことに対して意識づけることができる。

(2) 生徒観

本授業を実施するクラスの生徒は、真面目に授業に取り組む生徒が多く、教科書にある内容に関しては、教師による基本的な説明があれば理解することができる生徒である。グループ活動も積極的に行っており、議論も活発に行うことができる。

しかし、日々の授業の中で行われる教師の発問に対しては自らの考えを表現することができる一方、教科書に載っていない内容や、既習の事項と結び付けさせるような自発的な問に対する反応は良いとは言えない。また、日常生活の事象を数学的に扱うことに対しては、数学的活動の過程を十分に習得していないものが多いといえる。つまり、教科書に載っている学習内容と既習事項との有機的なつながりが希薄であり、獲得した知識を日常の生活において活用しようとする技能は十分ではない。

(3) 方法観

条件が多くある位に着目することのよさや場合分けの必要性を生徒に感得させるために、既習の事項とのつながりを考えさせる中で数学的活動に取り組みたい。生徒は、前時までに「場合の数」の、0 を含まない数字の順列 (1, 2, 3, 4 の 4 個の数字から異なる 3 個の数字を選んで、3 桁の整数をつくる時、3 桁の整数は何個できるか、また偶数は何個できるか) について、次の 4 つの方法を用いたグループ活動を通して解決している。

- ① 樹形図を用いる
- ② 百の位を最初に考える
- ③ 十の位を最初に考える
- ④ 一の位を最初に考える

本時では、前時までに扱った、0 が含まれない場合の順列に触れ、0 が含まれた場合はどうなるのかと提起することから導入する。教科書の例題 (0, 1, 2, 3, 4, 5 の 5 個の数字から異なる 3 個の数字を選んで、3 桁の整数をつくる時、3 桁の整数は何個できるか) では、求める個数が 100 個となり、①の樹形図で表すことに時間を割かれてしまったり、場合分けの必要性に気付かせにくかったりする。したがって、次のように設問を変えて提示する (0, 1, 2, 3 の 4 個の数字から異なる 3 個の数字を選んで、3 桁の整数をつくる時、3 桁の整数は何個できるか)。ここでは、教材観で述べた (ii) に関する解法は次時に扱うこととし、この活動を踏まえ、教科書の例題を取り上げ、問題演習へとつなげる。

5. 指導目標

(1) 評価の観点

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
数学的活動を通して、考え方や体系に関心をもつとともに、数学的な見方や考え方のよさを認識し、それらを事象の考察に活用しようとする。	数学的活動を通して、数学的な見方や考え方を身につけ、事象を数学的に捉え、論理的に考察するとともに、過程を振り返り多面的・発展的に考え、表現する。	数学的活動を通して、事象を数学的に捉え論理的に考察するとともに、過程を振り返り多面的・発展的に考え、表現する。	数学的活動を通して、基本的な概念、原理・法則、用語・記号などを理解し、基礎的な知識を身につけている。

6. 指導計画 (計 13 時間) 場合の数

- 第 1 次 (3 時間) 集合の要素の個数
- 第 2 次 (1 時間) 樹形図と場合の数
- 第 3 次 (5 時間) 順列 (本時 4/5)
- 第 4 次 (4 時間) 組合せ

7. 本時の主題 条件のある順列

8. 本時の目標と評価の観点

(1) 順列の意味を理解し、順列を使ったさまざまな考え方で取り組むことができる。

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
関心をもつとともに、それらの有用性を認識し、事象の考察に活用しようとしている。思考の過程を表現しようとしている。	事象を考察し表現したり、その過程を振り返ったりすることなどを通して、数学的な見方や考え方を身につけている。事象を数学的にとらえ、解決の見通しを立てることができる。	条件のある順列について、思考の過程を、図などを用いて論理的に表現・処理することができる。	順列に関する基本的な概念を理解し、知識を身につけている。

9. 準備 課題プリント, PC

10. 学習指導課程 (導入の段階における設問の提示以降は省略)

時間	学 習 活 動	指 導 と 支 援	評 価 ・ 資 料 等
5	課題把握		課題プリント
	<p>0,1,2,3 の 4 個の数字から異なる 3 個の数字を選んで、3 桁の整数をつくる時、3 桁の整数は何個できるかについて 4 つの方法を用いて考察しなさい。</p> <p>①樹形図 ②百の位を最初に決める ③十の位を最初に決める ④一の位を最初に決める</p>		

数学Ⅱ（2年知探・理系）の反転授業について

反転授業とは？……従来の「授業」と「宿題」の役割を全く逆にした授業形態

従来型：「授業」で知識をインプット

→授業後に「宿題」で知識のアウトプット

反転授業：動画視聴で知識をインプット

→授業の演習で知識をアウトプット



以下のメリットがあると考えている

メリット

- ・学習意欲の向上

教師や他の生徒と教え合ったり、意見を交わしたりしながら発展問題に取り組むことで、生徒が積極的に学習する意欲を向上させることができる。

- ・繰り返し学習

授業で理解できない場合や欠席した場合に繰り返し視聴することができる。

動画を視聴する時間や場所を自分で決めることができる。

- ・理解度の把握

演習を通して生徒個人の理解度を確認できる。

生徒からの質問を受けやすくなる。

実施しているクラス 2年1組（知の探究コース）、2年2組（理系クラス）

現在考えている授業スタイル（案）

例題の解説動画を YouTube にアップ（15分以内の動画）

（URL をスタディサプリのメッセージで送信）

↓

生徒各自が動画を視聴し、例題の下にある問を解いてくる

↓

授業の最初に、予習してきた問をペアワークで説明（アウトプット） 10分

↓

教師が内容の補足説明を行う（生徒からの質問も受ける） 5分

↓

発展問題の演習を行う（2題程度） または 定着を図るための問題演習を行う 35分

問題点

反転学習を取り入れる意図の説明が不十分であった → 動機づけが不十分であった（反省!!）

視聴してくる生徒が7~8割程度であること → 全員視聴してくる状況にしたい

数学 II (2年知探・理系) の授業アンケート (集計結果)

授業予習動画について

Q1 毎回、授業予習動画を視聴して授業を受けましたか

1 毎回視聴した 2 視聴しないときがあった 3 視聴しなかった

(Q1で視聴したと答えた人)

Q2 動画の内容は理解できましたか

1 理解できた 2 まあまあ理解できた 3 理解できなかった

Q3 動画の説明はどうでしたか

1 ちょうどよい 2 もう少し詳しく 3 もう少し簡潔に

「動画を視聴して予習→授業中には問題演習を行う」授業形態について

Q4 この授業にはどのような効果があると思いますか。

次の中からあてはまるものに○印をつけてください。(複数可)

- A 予習をする習慣がつく
- B 動画があると予習がやりやすい
- C 予習をすると授業が受けやすくなる
- D 自分のペースで学習できる
- E 授業の前にわからないところがはっきりする
- F 授業中に質問できる
- G 他人に説明することで理解が深まる
- H 授業中に発展問題に取り組むことができる
- I 学習意欲が高まる
- J 自分の学力のレベルアップになる
- K 理解できなかったところを動画で復習できる
- L 欠席したときなど動画で補うことができる

アンケート集計結果

		1	2	3	計												
Q1	1組	12	13	7	32												
	2組	11	21	4	36												
	合計	23	34	11	68												
Q2	1組	8	12	0	20												
	2組	10	16	0	26												
	合計	18	28	0	46												
Q3	1組	13	5	2	20												
	2組	25	4	2	31												
	合計	38	9	4	51												
						A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Q4	1組	7	11	11	7	4	1	0	8	4	3	6	12				
	2組	8	11	10	8	8	6	3	8	1	5	6	14				
	合計	15	22	21	15	12	7	3	16	5	8	12	26				

人数が少なく
今後の課題である

知識構成型ジグソー法を用いた授業案（数学Ⅱ公開授業）

問題 $x^3 + ax^2 + bx - 6 = 0$ が 解 $x = 1$ を 2 重解に持つとき、定数 a, b の値と他の解を求めたい。
このとき、考えられる 3 つの解法の中で「最も良い解法」は何か、根拠とともに考察せよ。

Point : 「最も良い解法とは何を指すのか。計算が少ないのか、効率が良いのか、単純でわかりやすいのか」グループで考察せよ。

I : 「エキスパート活動」15分

考えられる 3 つの解法 (A, B, C) について生徒は 2 人一組になり、それぞれの解法についてのエキスパートとなる。まずは自分で与えられた解法で解いてみて、同じ解法を担当する 6 人班でジグソー活動の準備のために意見交換をする。

解法 A $x = 1$ を直接代入することによって定数 a, b の値を求める

解法 B 3 次式が $(x - 1)^2$ で割り切れることを用いて定数 a, b の値を求める

解法 C 3 次方程式の解と係数の関係を用いて定数 a, b の値を求める

ジグソー活動に移る時の説明のポイントは

- 「1 解答のポイント（概要）・・・どのように解いていく解法なのか最初に解説する」
- 「2 解説・・・ところどころ補足を入れながら、他の班員に解法を説明する」
- 「3 この解法のメリットとデメリット・・・説明する」

II : 「ジグソー活動」20分

席を移動して A2 人、B2 人、C2 人の計 6 人ずつのグループに分かれて A、B、C の順番で解法を解説する。2 人のうち一人が説明し、もう一人は説明の補助に回る。説明を聞く生徒はただ、聞くだけでなく、解説を聞きながら実際に問題を手を動かして解いてみること。
終わり次第クロストークに向けた発表内容を考える。

ジグソー活動の POINT

- ・ 3 つのうち「最も良い解法」は何か
- ・ 何をもって「良い解法」とするか

A	C
A	C
B	B

III : 「クロストーク」10分

各班 1 分程度でどの解法が「最も良い解法」か、根拠とともに発表する。

知識構成型ジグソー法を用いた授業案（数学Ⅱ公開授業）

問題 A 直線 $y = x + 2$ が円 $x^2 + y^2 = 5$ によって切り取られる弦の長さの求め方について

最も効率のよい解法はどれか議論せよ。

またその結果をもとに問題 B について解答を班員で協力して導きだせ

I：「エキスパート活動」5分

考えられる3つの解法(A,B,C)について生徒は2人一組になり、それぞれの解法についてのエキスパートとなる。同じ解法担当の生徒同士で6人班を結成し、宿題でやってきた内容の確認を各班で行う

解法 A 2つの交点を直接求めることにより2点間の距離を求める

解法 B 円の中心と2つの交点で三角形を作り、三平方の定理を利用する

解法 C 方程式を連立して2解を α, β として解と係数の関係を利用する

ジグソー活動に移る時の説明のポイントは

- 「4 解答のポイント（概要）・・・どのように解いていく解法なのか最初に解説する」
- 「5 解説・・・ところどころ補足を入れながら、他の班員に解法を説明する」
- 「6 この解法のメリットとデメリット・・・説明する」

II：「ジグソー活動」①15分 問題 A

席を移動してA2人、B2人、C2人の計6人ずつのグループに分かれてA、B、Cの順番で解法を解説する。2人のうち一人が説明し、もう一人は説明の補助に回る。説明を聞く生徒はただ、聞くだけでなく、解説を聞きながら実際に問題を手を動かして解いてみること。

ジグソー活動の POINT

- ・ 3つのうち「最も良い解法」は何か
- ・ 何をもって「良い解法」とするか
- ・ 結論が出たところで問題 B を提示して班員で協力して問題を考える

A	C
A	C
B	B

III：「ジグソー活動」②20分 問題 B

それぞれのエキスパート6人の知識を用いてグループで協力して問題 B の解答を考えよ

問題 B

点 A (2, 1) を通る直線が円 C : $x^2 + y^2 = 2$ によって切り取られる弦の長さが2であるときの直線の方程式を求めよ。

また、弦の長さが2より大きくなるのはどの場合か（東京理科大 改）

IV：「クロストーク」10分

各班1分程度で問題 B の解法について発表させる（各班1分程度）

共通テストを意識して作成した定期考査問題とその分析
第1問

ある高校では、授業で製作した製品 X を、地域のバザーで販売することになった。
販売で得られた利益は災害の被災地へ募金することになっている。

ここで、(利益)=(販売個数)×(販売価格)−(販売個数)×(1個あたりの製作にかかる費用) と表せる。
また、販売価格は一定の値ではなく、販売個数によって変動する。

p 個販売したときの販売価格を $150 - p$ (円)、1個あたりの製作にかかる費用を a 円とする。

ただし、販売価格は 30 円以上とするため、販売個数は **アイウ** 個以下となる。

バザーでは売れ残りがなく、すべて販売するものとする。

以下、利益を最大にする販売個数と、そのときの利益について考える。

正答率
60.24%

(1) バザー1日目、Aクラスが製作した製品 X を x 個販売することになった。販売価格は $150 - x$ (円) である。

また、 x のとりうる値の範囲は $1 \leq x \leq$ **アイウ** である。

販売で得られる利益を y 円とすると $y =$ **エ** $x^2 +$ (**オカキ** $- a$) x …①

正答率
32.15%

(i) $a = 50$ のとき、販売個数が **クケ** 個のとき利益は最大となり、その最大値は **コサシス** 円である。

(ii) $30 \leq a \leq 80$ とする。

正答率 27.76%

正答率
21.36%

①を変形すると $y =$ **セ** $\left\{ x - \left(\frac{\text{ソタ}}{\text{チ}} - \frac{a}{\text{チ}} \right) \right\}^2 + \frac{(a - \text{ツテト})^2}{\text{ナ}}$ であるから、

正答率 16.72%

正答率 12.66%

販売個数が $\frac{\text{ソタ}}{\text{チ}} - \frac{a}{\text{チ}}$ (個) のとき利益は最大となり、その最大値は $\frac{(a - \text{ツテト})^2}{\text{ナ}}$ (円) である。

なぜ販売個数が $\frac{\text{ソタ}}{\text{チ}} - \frac{a}{\text{チ}}$ (個) のとき利益は最大となるのか。

正答率
0.466%

その理由を「軸」「定義域」という単語を用いてを説明せよ。解答は、解答欄 **(あ)** に記述せよ。

正答率 48.57%

(2) バザー2日目、Aクラスが製作した製品 X を x 個、Bクラスが製作した製品 X を $2x$ 個販売することになった。

2クラス合わせて **ニ** x (個) 販売したため、製品 X の販売価格は $150 -$ **ニ** x (円) である。

また、Aクラスの1個あたりの製作にかかる費用は a 円だが、Bクラスは $\frac{a}{2}$ 円であった。

Aクラスのみが得られる利益を y_A 円、Bクラスのみが得られる利益を y_B 円とすると

$$y_A = \text{ヌネ} x^2 + (\text{ノハヒ} - a)x \quad y_B = \text{フヘ} x^2 + (\text{ホマミ} - a)x$$

バザー全体で得られる利益を y_{AB} 円とすると、 $y_{AB} = y_A + y_B$ となる。

正答率
11.97%

$30 \leq a \leq 80$ とする。

正答率 15.13%

バザー全体の利益 y_{AB} を最大にする販売個数 x と、Aクラスのみ利益 y_A 、Bクラスのみ利益 y_B の

関係について、最も適切な記述を、次の ①~③ のうちから一つ選べ。

ム

正答率
13.16%

- ① y_{AB} を最大にする x は、 y_A 、 y_B とともに最大にする。
- ② y_{AB} を最大にする x は、 y_A を最大にし、 y_B は最大にしない。
- ③ y_{AB} を最大にする x は、 y_B を最大にし、 y_A は最大にしない。
- ④ y_{AB} を最大にする x は、 y_A 、 y_B とともに最大にしない。

解答記号	正解	配点	解答記号	正解	配点
アイウ	120	1	ニ	3	1
エ・オカキ	$- \cdot 150$	2	ヌネ・ノハヒ	$-3 \cdot 150$	2
クケ	50	1	フヘ・ホマミ	$-6 \cdot 300$	2
コサシス	2500	1	ム	3	3
セ・ソタ・チ	$- \cdot 75 \cdot 2$	2	(あ)	下記参照	3
ツテト・ナ	$150 \cdot 4$	2			

《(あ) 正答の条件》

(a) $30 \leq a \leq 80$ における軸の方程式 $x = 75 - \frac{a}{2}$ の範囲を求めている。

(b) (a) の範囲が定義域に含まれていることを記述している。

【正答例】 関数①の軸の方程式は $x = 75 - \frac{a}{2}$ であり、 $30 \leq a \leq 80$ のとき $35 \leq 75 - \frac{a}{2} \leq 60$ であるから、

軸が定義域に含まれる。よって、販売個数が $75 - \frac{a}{2}$ (個) のときに利益は最大となる。